Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет)»

УТВЕРЖДЕНО

Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

# ПРОГРАММА

по дисциплине: **Избранные вопросы современных эффективных**

**методов выпуклой оптимизации**

по направлению подготовки:

**03.03.01 «Прикладные математика и физика»**

физтех-школа: **ФПМИ**

кафедра: **математических основ управления**

курс: 5

семестры: 10

лекции – 30 часов Диф. зачет – 10 семестр

практические (семинарские)   
занятия – 0 часов

лабораторные занятия – нет

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 30 Самостоятельная работа

– 15 часов

# Программу составил:

к.ф.-м.н. Шпирко С.В.

Программа принята на заседании

кафедры математических основ управления

12 января 2024 года

Заведующий кафедрой А.В. Гасников

1. Нелинейная оптимизация.

Задачи нелинейной оптимизации. Общая формулировка задачи. Эффективность численных методов.

Локальные методы безусловной минимизации. Классы дифференцируемых функций. Градиентный метод. Метод Ньютона. Условная минимизация.

1. Гладкая выпуклая оптимизация.

Минимизация гладких функций. Гладкие выпуклые и сильно выпуклые функции. Нижние границы аналитической сложности для классов выпуклых и сильно выпуклых функций c липшицевым градиентом. Оптимальные методы. Градиентное отображение.

1. Негладкая выпуклая оптимизация.

Выпуклые функции общего вида. Субградиенты.

Методы негладкой минимизации. Нижние границы сложности для общего случая. Субградиентный метод.

Границы сложности в конечномерном случае. Методы отсекающей гиперплоскости.

1. Структурная оптимизация.

Концепция «черного ящика» в выпуклой оптимизации. Самосогласованные функции и их минимизация.

Самосогласованные барьеры. Метод отслеживания траектории.

Приложения структурной оптимизации. Линейная и квадратичная оптимизация. Полуопределенная оптимизация.

1. Гладкая минимизация для негладких функций: прорыв за пределы возможного.

Постановка задачи. Функции с явно заданной структурой. Понятие сопряженной (дуальной) задачи. Прокс-функция. Техника сглаживания. Оптимальная схема для решения задач гладкой задачи. Применение данного подхода к матричным играм, задаче Штейнера, вариационным неравенствам.

1. Прямо-двойственные методы решения негладких задач.

Нижняя линейная аппроксимация (модель) исходной целевой функции. Сильное и слабое решение негладкой задачи. Функция зазора и ее свойства. Общая схема двойственного усреднения. Метод простого двойственного усреднения. Метод взвешенного двойственного усреднения. Оценки скорости их сходимости. Применение метода двойственного усреднения к общей задачи минимизации, прямо-двойственной задачи, минимаксной задачи, седловой задачи. Экономическая интерпретация метода двойственного усреднения (модель сбалансированного развития).

1. Минимизация составных функций. Генерация разреженных решений.

Постановка задачи. Понятие градиентного композитного отображения и его свойства. Прямой градиентный метод. Оценки его скорости сходимости в выпуклом и сильно выпуклом случае. Двойственный градиентный метод и его оценки скорости сходимости. Двойственный градиентный метод с ускорением и его оценки скорости сходимости. Применение данных методов к решению задачи разреженных наименьших квадратов.

**Литература**

*Основная*

1. *Нестеров Ю.Е.* [Введение в выпуклую оптимизацию](https://mipt.ru/dcam/upload/abb/nesterovfinal-arpgzk47dcy.pdf). – М.: МЦНМО, 2010. – 279 c.
2. *Nesterov Yu.* [Smooth minimization of non-smooth functions](http://luthuli.cs.uiuc.edu/~daf/courses/Optimization/MRFpapers/nesterov05.pdf) // Mathematical Programming. – 2005. – V.103. – P.127-152.
3. *Nesterov Yu.* [Primal-dual subgradient methods for convex problems](http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/serien/e/CORE/dp2005_67.pdf). // Mathematical programming. – 2009. – V.120. – P. 221-259.
4. *Nesterov Yu.* [Gradient methods for minimizing composite functions](https://mipt.ru/dcam/students/elective/a_5gc1te/CompMPFinal.pdf) // Mathematical programming. – 2013. – V. 140. – P. 125-161.

*Дополнительная литература*

1. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. – М.: МЦНМО, 1983. – 384 с.
2. *Nesterov Yu., Nemirovskii А.* Interior point polynomial algorithms in convex programming. // SIAM: Philadelphia, 1994. – 414 с.
3. *Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В.* Курс методов оптимизации. – М.: МЦНМО, 1986. – 325 с.
4. *Ben-Tal A., Nemirovski А.* Lectures on Modern Convex Optimization. Analysis, Algorithms, and Engineering Applications. – SIAM: Philadelphia, 2001. – 504 с.
5. *Boyd S., Vandenberghe L.* Convex Optimization. – United Kindom: Cambridge University Press, 2004. – 744 с.

Подписано в печать 19.01.2024. Формат 60  84 1/16. Усл. печ. л. 0,25

Уч.-изд. л. 0,25. Тираж 50 экз. Заказ № 77.

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования   
«Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет)»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-58-22, e-mail: [rio@mipt.ru](mailto:rio@mipt.ru)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-84-30, e-mail: [polygraph@mipt.ru](mailto:polygraph@mipt.ru)